

Zadanie 1. Zaznacz na rysunkach zbiory:

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: (x > y) \rightarrow (x + y > 0)\}$, (1p.)
(b) $\{x \in \mathbb{R}: \exists_y (x - 1)^2 + y^2 \leq 1\}$. (2p.)

Zadanie 2. Niech dana będzie formuła

$$(\forall_x p(x) \rightarrow \forall_x q(x)) \rightarrow \forall_x (p(x) \rightarrow q(x)).$$

- (a) Podaj zakres zmiennej x oraz interpretację symboli p oraz q tak, aby powyższa formuła była prawdziwa. (2p.)
(b) Podaj zakres zmiennej x oraz interpretację symboli p oraz q tak, aby powyższa formuła była fałszywa. (2p.)
(c) Zapisz zaprzeczenie powyższej formuły. (1p.)

Zadanie 3. Niech $\text{Równe}(x, y)$ będzie predykatem równości dla liczb naturalnych. Korzystając z operacji arytmetycznej $+$ zdefiniuj następujące predykaty:

- (a) $\text{Zero}(x) \equiv (x = 0)$, (1p.)
(b) $\text{Nieparzyste}(x) \equiv (x \text{ jest liczbą nieparzystą})$. (1p.)

Zadanie 1. Zaznacz na rysunkach zbiory:

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: (x^2 + y^2 = 1) \rightarrow (2x = y)\}$, (1p.)
(b) $\{x \in \mathbb{R}: \exists_y x^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$. (2p.)

Zadanie 2. Niech dana będzie formuła

$$(\forall_x p(x) \leftrightarrow \forall_x q(x)) \rightarrow \forall_x (p(x) \leftrightarrow q(x)).$$

- (a) Podaj zakres zmiennej x oraz interpretację symboli p oraz q tak, aby powyższa formuła była prawdziwa. (2p.)
(b) Podaj zakres zmiennej x oraz interpretację symboli p oraz q tak, aby powyższa formuła była fałszywa. (2p.)
(c) Zapisz zaprzeczenie powyższej formuły. (1p.)

Zadanie 3. Niech $\text{Równe}(x, y)$ będzie predykatem równości dla liczb naturalnych. Korzystając z operacji arytmetycznych $+$, $\cdot$ zdefiniuj następujące predykaty:

- (a) $\text{Jeden}(x) \equiv (x = 1)$, (1p.)
(b) $\text{Parzyste}(x) \equiv (x \text{ jest liczbą parzystą})$. (1p.)