

Niech dane będą relacje  $R \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}^2$  oraz  $S \subseteq \mathbb{N}^2$  zdefiniowane następująco:

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 4), (2, 5), (4, 3), (4, 2), (5, 1), (5, 5)\},$$
$$nSm \leftrightarrow n - m \geq 1.$$

**Zadanie 1.** Wyznacz dziedziny i przeciwdziedziny relacji  $R$  i  $S$  oraz relacje  $R^{-1}$ ,  $R \circ R$ ,  $R \circ S$ ,  $R \cap S$ . (2p.)

**Zadanie 2.** Zbadaj czy relacje  $R$  i  $S$  są zwrotne, antyzwrotne, symetryczne, antysymetryczne, słabo antysymetryczne, przechodnie, spójne, słabo spójne. (4p.)

**Zadanie 3.** Dla relacji  $R$  narysuj odpowiadające jej graf oraz tabelkę. (1p.)

**Zadanie 4.** Wyznacz zbiór wszystkich takich liczb naturalnych  $n$ , dla których  $nS5$  oraz zbiór wszystkich takich liczb naturalnych  $n$ , dla których  $5Sn$ . (1p.)

**Zadanie 5.** Udowodnij, że dla dowolnych dwóch relacji  $S_1, S_2 \subseteq A \times B$  zachodzi równość

$$D^*(S_1 \cup S_2) = D^*(S_1) \cup D^*(S_2). \quad (2p.)$$

Niech dane będą relacje  $R \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}^2$  oraz  $S \subseteq \mathbb{N}^2$  zdefiniowane następująco:

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 4), (2, 5), (4, 3), (4, 2), (5, 1), (5, 5)\},$$
$$nSm \leftrightarrow n - m \geq 1.$$

**Zadanie 1.** Wyznacz dziedziny i przeciwdziedziny relacji  $R$  i  $S$  oraz relacje  $R^{-1}$ ,  $R \circ R$ ,  $R \circ S$ ,  $R \cap S$ . (2p.)

**Zadanie 2.** Zbadaj czy relacje  $R$  i  $S$  są zwrotne, antyzwrotne, symetryczne, antysymetryczne, słabo antysymetryczne, przechodnie, spójne, słabo spójne. (4p.)

**Zadanie 3.** Dla relacji  $R$  narysuj odpowiadające jej graf oraz tabelkę. (1p.)

**Zadanie 4.** Wyznacz zbiór wszystkich takich liczb naturalnych  $n$ , dla których  $nS5$  oraz zbiór wszystkich takich liczb naturalnych  $n$ , dla których  $5Sn$ . (1p.)

**Zadanie 5.** Udowodnij, że dla dowolnych dwóch relacji  $S_1, S_2 \subseteq A \times B$  zachodzi równość

$$D^*(S_1 \cup S_2) = D^*(S_1) \cup D^*(S_2). \quad (2p.)$$