

Zadanie 1. Sprawdź, czy podane relacje są relacjami równoważności. Jeśli tak, to wyznacz wszystkie klasy abstrakcji.

(a) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow (3n - 2m = 0 \vee 3m - 2n = 0)$, (1p.)

(b) $R \subseteq (\mathbb{R}[t])^2$: $x(t)Ry(t) \leftrightarrow x^2(t) - y^2(t) = 0$, (1p.)

(c) $R \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$: $(a, b)R(c, d) \leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. (1p.)

Zadanie 2. Oceń (i uzasadnij swoją ocenę), która z poniższych relacji jest funkcją/funkcją częściową:

(a) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow 2(n + 1) - 4(m - 3) = 0$, (1p.)

(b) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow n^2 - (m + 1)^2 = 0$, (1p.)

(c) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow n$ jest resztą z dzielenia m przez 5. (1p.)

Zadanie 3. Funkcja $f: \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}$ zadana jest wzorem $f(x, y) = \frac{4x^2}{y}$. Wyznacz:

(a) przeciwdziedzinę f , (0,5p.)

(b) przeciwdziedzinę $f|_{\mathbb{N} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})}$, (0,5p.)

(c) $\vec{f}(\mathbb{R} \times \{1\})$, (1p.)

(d) $\vec{f}^{-1}([-4, 4])$. (1p.)

Zbiory z punktów (c) i (d) przedstaw na rysunku. (1p.)

Zadanie 1. Sprawdź, czy podane relacje są relacjami równoważności. Jeśli tak, to wyznacz wszystkie klasy abstrakcji.

(a) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow (3n - 2m = 0 \vee 3m - 2n = 0)$, (1p.)

(b) $R \subseteq (\mathbb{R}[t])^2$: $x(t)Ry(t) \leftrightarrow x^2(t) - y^2(t) = 0$, (1p.)

(c) $R \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$: $(a, b)R(c, d) \leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. (1p.)

Zadanie 2. Oceń (i uzasadnij swoją ocenę), która z poniższych relacji jest funkcją/funkcją częściową:

(a) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow 2(n + 1) - 4(m - 3) = 0$, (1p.)

(b) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow n^2 - (m + 1)^2 = 0$, (1p.)

(c) $R \subseteq \mathbb{N}^2$: $nRm \leftrightarrow n$ jest resztą z dzielenia m przez 5. (1p.)

Zadanie 3. Funkcja $f: \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}$ zadana jest wzorem $f(x, y) = \frac{4x^2}{y}$. Wyznacz:

(a) przeciwdziedzinę f , (0,5p.)

(b) przeciwdziedzinę $f|_{\mathbb{N} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})}$, (0,5p.)

(c) $\vec{f}(\mathbb{R} \times \{1\})$, (1p.)

(d) $\vec{f}^{-1}([-4, 4])$. (1p.)

Zbiory z punktów (c) i (d) przedstaw na rysunku. (1p.)