

Zadanie 1. Niech dane będą funkcje $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ oraz $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane wzorami

$$f(n) = \sqrt{n} \quad \text{oraz} \quad g(x) = x^4 + x^2.$$

- (a) Wyznacz $g \circ f$ oraz uzasadnij, że złożenie $f \circ g$ nie jest funkcją. (1p.)
- (b) Wyznacz obraz zbioru $\{2, 4, 6, 8\}$ przez funkcję $g \circ f$. (1p.)
- (c) Wyznacz przeciwobraz zbioru $[0, 8]$ przez funkcję $g \circ f$. (1p.)

Zadanie 2. Niech dana będzie funkcja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ zadana wzorem

$$f(x, y) = (x + 2y, xy).$$

- (a) Sprawdź, czy f jest iniekcją. (1p.)
- (b) Sprawdź, czy f jest suriekcją. (1p.)
- (c) Wyznacz przeciwobraz zbioru $\mathbb{R} \times \{0\}$. (1p.)

Zadanie 3. Niech dana będzie funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x+2}, & \text{gdy } x \neq -2 \\ 2, & \text{gdy } x = -2 \end{cases}.$$

- (a) Pokaż, że f jest bijekcją. (1p.)
- (b) Jeżeli f jest bijekcją, to wyznacz f^{-1} . (1p.)

Zadanie 4. Niech $f: A \rightarrow B$ oraz $g: B \rightarrow C$ będą suriekcjami. Pokaż, że funkcja $g \circ f: A \rightarrow C$ również jest suriekcją. (2p.)

Zadanie 1. Niech dane będą funkcje $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ oraz $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane wzorami

$$f(n) = \sqrt{n} \quad \text{oraz} \quad g(x) = x^4 + x^2.$$

- (a) Wyznacz $g \circ f$ oraz uzasadnij, że złożenie $f \circ g$ nie jest funkcją. (1p.)
- (b) Wyznacz obraz zbioru $\{2, 4, 6, 8\}$ przez funkcję $g \circ f$. (1p.)
- (c) Wyznacz przeciwobraz zbioru $[0, 8]$ przez funkcję $g \circ f$. (1p.)

Zadanie 2. Niech dana będzie funkcja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ zadana wzorem

$$f(x, y) = (x + 2y, xy).$$

- (a) Sprawdź, czy f jest iniekcją. (1p.)
- (b) Sprawdź, czy f jest suriekcją. (1p.)
- (c) Wyznacz przeciwobraz zbioru $\mathbb{R} \times \{0\}$. (1p.)

Zadanie 3. Niech dana będzie funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x+2}, & \text{gdy } x \neq -2 \\ 2, & \text{gdy } x = -2 \end{cases}.$$

- (a) Pokaż, że f jest bijekcją. (1p.)
- (b) Jeżeli f jest bijekcją, to wyznacz f^{-1} . (1p.)

Zadanie 4. Niech $f: A \rightarrow B$ oraz $g: B \rightarrow C$ będą suriekcjami. Pokaż, że funkcja $g \circ f: A \rightarrow C$ również jest suriekcją. (2p.)