

Zadanie 1. W zbiorze $\mathbb{N}_+$ wprowadzamy relację R w następujący sposób:

$$xRy \leftrightarrow (2|x \wedge 2|y \wedge y \leq x) \vee (2|x \wedge \neg 2|y) \vee (\neg 2|x \wedge \neg 2|y \wedge x \leq y).$$

(a) Sprawdź, czy $(\mathbb{N}_+, R)$ jest liniowym porządkiem. (1p.)

(b) Sprawdź, czy jest to dobry porządek. (2p.)

Zadanie 2. W zbiorze $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ wprowadzamy relację R w następujący sposób:

$$fRg \leftrightarrow \forall_{n \in \mathbb{N}} f(n) \leq g(n).$$

(a) Sprawdź, czy $(\mathbb{N}_+, R)$ jest liniowym porządkiem. (1p.)

(b) Sprawdź, czy porządek ten jest gęsty. (2p.)

Zadanie 3. Sprawdź, czy podane posety są izomorficzne:

$$\left(\left\{1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}_+\right\} \cup \{1\}, \leq\right) \text{ oraz } (\mathbb{N}, \leq). \quad (2p.)$$

Zadanie 4. Niech dane będą dwa posety $(P, \leq_P)$ oraz $(Q, \leq_Q)$. Niech $f: P \rightarrow Q$ będzie izomorfizmem tych posetów oraz niech $a \in P$ będzie elementem minimalnym w $(P, \leq_P)$. Udowodnij, że $f(a)$ jest elementem minimalnym w $(Q, \leq_Q)$. (2p.)

Zadanie 1. W zbiorze $\mathbb{N}_+$ wprowadzamy relację R w następujący sposób:

$$xRy \leftrightarrow (2|x \wedge 2|y \wedge y \leq x) \vee (2|x \wedge \neg 2|y) \vee (\neg 2|x \wedge \neg 2|y \wedge x \leq y).$$

(a) Sprawdź, czy $(\mathbb{N}_+, R)$ jest liniowym porządkiem. (1p.)

(b) Sprawdź, czy jest to dobry porządek. (2p.)

Zadanie 2. W zbiorze $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ wprowadzamy relację R w następujący sposób:

$$fRg \leftrightarrow \forall_{n \in \mathbb{N}} f(n) \leq g(n).$$

(a) Sprawdź, czy $(\mathbb{N}_+, R)$ jest liniowym porządkiem. (1p.)

(b) Sprawdź, czy porządek ten jest gęsty. (2p.)

Zadanie 3. Sprawdź, czy podane posety są izomorficzne:

$$\left(\left\{1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}_+\right\} \cup \{1\}, \leq\right) \text{ oraz } (\mathbb{N}, \leq). \quad (2p.)$$

Zadanie 4. Niech dane będą dwa posety $(P, \leq_P)$ oraz $(Q, \leq_Q)$. Niech $f: P \rightarrow Q$ będzie izomorfizmem tych posetów oraz niech $a \in P$ będzie elementem minimalnym w $(P, \leq_P)$. Udowodnij, że $f(a)$ jest elementem minimalnym w $(Q, \leq_Q)$. (2p.)