

Zadanie 1. Rzucamy trzema kostkami. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że a) suma oczek wynosi 6, b) iloczyn oczek jest podzielny przez 6.

Zadanie 2. W urnie są 2 węże jadowite i 3 niejadowite. Losujemy kolejno 2 węże bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że za drugim razem wylosujemy węża jadowitego, a za pierwszym niejadowitego.

Zadanie 3. Windą w 10-piętrowym bloku jadą trzy osoby. Każda wysiada na losowo wybranym piętrze. Jakie jest prawdopodobieństwo, że a) wszystkie trzy wysiądą na tym samym piętrze, b) każda z osób wysiądzie na innym piętrze?

Zadanie 4. Spośród n losów loteryjnych jest m wygrywających. Jaką szansę wygrania ma posiadacz k losów?

Zadanie 5. Jakie jest prawdopodobieństwo przypadkowego złożenia wyrazu TARAPATY z liter A, A, A, A, P, R, T, T, Y.

Zadanie 6. Na loterii jest 100 losów, z których 5 wygrywa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród trzech kupionych losów a) dokładnie jeden jest wygrany, b) przynajmniej jeden jest wygrany?

Zadanie 7. Chcemy rozpalić ognisko mając do dyspozycji dwie zapalki. Prawdopodobieństwo rozpalenia ogniska jedną zapalką wynosi 0,7, natomiast dwiema złączonymi — 0,95. Sprawdź, kiedy mamy większe szanse rozpalenia ogniska: gdy rozpalamy złączonymi zapalkami, czy próbując najpierw jedną, a potem drugą.

Zadanie 8. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana liczba naturalna jest podzielna przez 2 lub przez 3.

Zadanie 9. Na egzamin przygotowano 45 zadań, z których zdający losuje 3. Jeżeli rozwiąże trzy zadania dostaje 5.0, dwa zadania — 4.0, jedno zadanie — 3.0. Jeżeli nie rozwiąże żadnego zadania dostaje 2.0. Oblicz prawdopodobieństwo, że student, który potrafi rozwiązać $2/3$ zadań a) dostanie 5.0, b) zda egzamin.

Zadanie 10. Ile razy należy rzucić dwiema monetami, aby prawdopodobieństwo otrzymania przynajmniej raz dwóch orłów jednocześnie było większe od $1/2$?

Zadanie 11. Rzucono trzema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przynajmniej na jednej kostce wypadnie jedynka, jeżeli na każdej kostce wypadła inna liczba oczek?

Zadanie 12. W kurniku na pierwszej grzędzie jest 6 kur białych i 9 czarnych, na drugiej 8 białych i 2 czarne. Do kurnika wpada lis i rzuca kostką: jeśli wypadnie mniej niż 5 oczek, to wybiera kurę z pierwszej grzędy, jeśli 5 lub 6 oczek, to z drugiej grzędy. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wybrał kurę z drugiej grzędy jeśli widać było, że porwał kurę białą?

Zadanie 13. Wykaż, że jeśli zdarzenia A i B są niezależne, to A i $\overline{B}$ są również niezależne.

Zadanie 14. Rzucamy 6 razy monetą. Czy zdarzenia: A — „wypadł dokładnie 3 razy orzeł” i B — „wypadła dokładnie 3 razy reszka” są niezależne?

Zadanie 15. Rzucamy dwa razy kostką. Niech A oznacza zdarzenie „w pierwszym i drugim rzucie wypadła ta sama liczba oczek”, B zaś oznacza zdarzenie „w drugim rzucie wypadło co najmniej 5 oczek”. Czy zdarzenia A i B są niezależne?

Zadanie 16. Zorganizowano następującą grę. Rzucamy dwiema kostkami. Jeśli suma oczek jest równa 2, to otrzymujemy 5 zł, jeżeli 3, to otrzymamy 3 zł, natomiast w każdym innym przypadku płacimy 1 zł. Niech X oznacza wynik gry. Znajdź rozkład prawdopodobieństwa i dystrybuantę zmiennej losowej X .

Zadanie 17. Zmienna losowa X przyjmuje wartości $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 4$ odpowiednio z prawdopodobieństwami $p_1 = 2/7$, $p_2 = 4/7$, $p_3 = c$. Wyznacz stałą c oraz dystrybuantę zmiennej losowej X .

Zadanie 18. Zmienna losowa X przyjmuje wartości całkowite dodatnie z prawdopodobieństwem $P(X = k) = \frac{c}{2^k}$. Oblicz a) stałą c , b) $P(X \geq 4)$.

Zadanie 19. Dany jest rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X :

x	-1	0	1	2
$P(X = x)$	0,3	0,4	0,1	c

Wyznacz a) stałą c , b) dystrybuantę zmiennej losowej X , c) rozkład prawdopodobieństwa oraz dystrybuantę zmiennej losowej $Y = X^2 - 2X$, d) $P(-\frac{1}{2} \leq Y < 1)$.

Zadanie 20. Dany jest rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X :

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

Wyznacz rozkład prawdopodobieństwa oraz dystrybuantę zmiennej losowej $Y = X^2 - 4$.

Zadanie 21. Zmienna losowa X ma gęstość określoną wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \in (-1, 0), \\ -x+1 & \text{dla } x \in (0, 1), \\ 0 & \text{dla pozostałych } x. \end{cases}$$

Wyznacz a) dystrybuantę $F(x)$, b) x_0 takie, że $P(X \leq x_0) = 7/8$.

Zadanie 22. Zmienna losowa X ma gęstość określoną wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ c \cdot \sin x & \text{dla } x \in [0, \pi/2), \\ 0 & \text{dla } x \geq \pi/2. \end{cases}$$

Wyznacz a) stałą c , b) dystrybuantę $F(x)$, c) $P(\pi/6 \leq X \leq \pi/4)$. Otrzymany wynik zilustruj na wykresach gęstości i dystrybuanty.

Zadanie 23. Gęstość zmiennej losowej X ma postać:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 1 \\ \ln x & \text{dla } x \in (1, a) \\ 0 & \text{dla } x \geq a \end{cases}$$

Wyznacz a) stałą a , b) dystrybuantę, c) $P(2 < X < e)$. Otrzymany wynik zilustruj na wykresach gęstości i dystrybuanty.

Zadanie 24. Sprawdź, że ciąg $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ określa rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X , która przyjmuje wartości $n = 1, 2, 3, \dots$. Oblicz $P(X < 3)$ i $P(X < 2)$.

Zadanie 25. Czy funkcja $F(x) = \frac{1}{1+x^2}$ może być dystrybuantą zmiennej losowej typu ciągłego dla: a) $-\infty < x < \infty$, b) $0 < x < 1$, c) $-\infty < x < 0$?