

Testowanie hipotez

Zadanie 1. Pewien automat w fabryce czekolady wytwarza tabliczki czekolady o nominalnej wadze 250 g. Wiadomo, że rozkład wagi produkowanych tabliczek jest normalny $N(m, 5)$. Kontrola techniczna pobrała w pewnym dniu próbę losową 16 tabliczek czekolady i otrzymała ich średnią wagę 247 g. Czy można twierdzić, że automat rozregulował się i produkuje tabliczki czekolady o mniejszej niż przewiduje norma wadze? Na poziomie istotności 0,05 zweryfikuj odpowiednią hipotezę statystyczną.

Zadanie 2. Zakład L otrzymuje od zakładu N pręty stalowe, których średnia długość powinna wynosić 1 m. Odbiorca L złożył reklamację, że dostarczane pręty są krótsze. Dostawca N w obecności odbiorcy L wylosował z dostarczanej partii próbę liczącą 10 prętów. Wyniki pomiarów były następujące (w cm): 97, 101, 100, 102, 96, 99, 101, 98, 99, 100. Czy można uznać reklamację odbiorcy L za słuszną? Do weryfikacji hipotezy przyjmij poziom istotności 0,05 oraz załóż, że rozkład długości prętów jest normalny.

Zadanie 3. Sklep spożywczy otrzymał dostawę rodzynek w torebkach, z których każda powinna ważyć średnio 10 dag. Ponieważ zdarzały się reklamacje co do wagi zakupionych bakalii, wybrano losowo 10 torebek, zważono je i uzyskano następujące wyniki: 10,5, 9,3, 9,5, 10,3, 10,9, 8,7, 9,9, 10,1, 10,5, 10,2. Na poziomie istotności $\alpha = 0,1$ zweryfikuj hipotezę, że przeciętna waga rodzynek w torebkach jest zgodna z podaną na opakowaniu. Przyjmij, że badana cecha ma rozkład normalny.

Zadanie 4. Dienne zużycie wody w zakładzie jest zmienną losową o rozkładzie $N(1000, 200)$. Na podstawie obserwacji przez 196 dni w roku stwierdzono, że średnie dzienne zużycie wody wynosi $\bar{x} = 1025 \text{ m}^3$. Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdź, czy średnie rzeczywiste zużycie wody różni się istotnie od teoretycznego. Rozważ dwie (sensowne) postaci hipotezy alternatywnej.

Zadanie 5. Badania wykazały, że średnie zużycie paliwa w pewnym modelu samochodu wynosi 7 litrów na 100 km. Wprowadzono nowy model i po przeprowadzeniu 45 jazd próbnych otrzymano następujące wyniki: $\bar{x} = 6,95$, $s = 0,16$. Czy na poziomie istotności

- a) $\alpha = 0,01$,
- b) $\alpha = 0,05$,

firma może twierdzić, że nowy model zużywa mniej paliwa? Załóż, że rozkład zużycia paliwa jest normalny.

Zadanie 6. Porównano długość śledzia bałtyckiego i atlantyckiego. Losowo wybrano 100 śledzi bałtyckich i otrzymano: $\bar{x}_1 = 28 \text{ cm}$, $s_1 = 3 \text{ cm}$, a dla 100 śledzi atlantyckich: $\bar{x}_2 = 33 \text{ cm}$, $s_2 = 4 \text{ cm}$. Zakładając, że rozkład badanej cechy w obu populacjach śledzi jest normalny, na poziomie istotności 0,01 zweryfikuj hipotezę, że śledzie atlantyckie osiągają większą średnią długość.

Zadanie 7. Pojemność płuc studentów uprawiających czynnie sport ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym 440 cm^3 , natomiast studentów nieuprawiających sportu ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym 620 cm^3 . Z obu populacji studentów wylosowano próby i zmierzono średnią pojemność płuc każdego studenta otrzymując dla 40 studentów uprawiających sport średnią równą 4080 cm^3 , a dla 50 pozostałych średnią równą 3615 cm^3 . Sprawdź, czy na podstawie powyższych danych można twierdzić, że uprawianie sportu zwiększa średnią pojemność płuc. Przyjmij poziom istotności $\alpha = 0,02$.

Zadanie 8. Sklep spożywczy otrzymał dostawę maki w torebkach. Podczas kontroli wylosowano i zważono 12 torebek uzyskując następujące wyniki (w g): $\bar{x} = 485$, $s = 9,3$. Zakładając normalność rozkładu, na poziomie istotności $\alpha = 0,1$ zweryfikuj hipotezę $H_0: \sigma = 10$ wobec hipotezy alternatywnej $H_1: \sigma < 10$.

Zadanie 9. Zebrano następujące plony z pewnej odmiany leszczyny szlachetnej, w kilogramach z krzaka: 2,45, 3,81, 2,60, 4,12, 5,05, 4,28, 5,20, 4,62, 3,85, 4,52. Zakładamy, że rozkład plonów leszczyny jest normalny. Na poziomie istotności 0,05 zweryfikuj hipotezę, że wariancja plonu leszczyny szlachetnej wynosi 0,85 przeciw hipotezie, że jest ona różna od 0,85.

Zadanie 10. Przeciętne zróżnicowanie czasu wykonania pojedynczego detalu przy produkcji pewnego wyrobu powinno wynosić 10 minut. Wylosowano 80 stanowisk roboczych i ustalono, że odchylenie standardowe czasu wykonania tego detalu wynosi $s = 12$ minut. Zakładając, że rozkład czasu wykonania detalu jest normalny, zweryfikuj hipotezę, że odchylenie standardowe faktycznie nie odbiega od wartości teoretycznej. Przyjmij $\alpha = 0,04$.

Zadanie 11. Sondaż opinii publicznej na temat frekwencji oczekiwanej na wyborach do samorządu wykazał, że w losowo wybranej grupie 2500 osób, 1600 zamierza uczestniczyć w głosowaniu. Czy na poziomie istotności równym 0,03 można przyjąć, że 60% ogółu osób zamierza wziąć udział w wyborach do samorządu?

Zadanie 12. Na 800 zbadanych pacjentów pewnego szpitala 320 miało grupę krwi 0. Na poziomie istotności 0,05 zweryfikuj hipotezę, że procent pacjentów z tą grupą krwi wynosi 35%.

Zadanie 13. Badając wpływ nowego leku na poprawę stanu zdrowia diabetyków podzielono ich na dwie grupy. Z pierwszej wylosowano 300 osób, którym podano nowy lek. U 240 stwierdzono, po ustalonym okresie leczenia, powrót poziomu cukru w organizmie do normy. Natomiast z drugiej grupy wylosowano 200 chorych, których leczono lekami tradycyjnymi i u 124 pacjentów stwierdzono powrót poziomu cukru do normy. Na poziomie istotności 0,01 zweryfikuj hipotezę o większym procencie wyzdrowień w grupie pacjentów, która otrzymywała nowy lek.

Zadanie 14. W odpowiedzi na pewną ankietę na 300 wylosowanych pracowników pewnego zakładu pracujących w produkcji 52 pracowników oświadczyło, że pragnie zmienić swoje stanowisko na inne. Natomiast na takie samo pytanie skierowane do 200 pracowników zaplecza technicznego i administracji 26 wyraziło chęć zmiany stanowiska. Na poziomie istotności 0,05 zweryfikuj hipotezę o jednakowym odsetku pracowników produkcji i administracji pragnących zmienić swe dotychczasowe stanowisko pracy.

Zadanie 15. Wylosowano 250 robotników i zbadano ich pod względem liczby wytwarzanych braków w partii 100 sztuk wyrobów. Otrzymano następujące wyniki:

liczba braków	0	1	2	3	4
liczba robotników	54	82	64	30	20

Na poziomie istotności 0,05 zweryfikuj hipotezę, że rozkład liczby wytwarzanych braków w populacji generalnej jest w stosunku 4 : 8 : 5 : 2 : 1.

Zadanie 16. W laboratorium przeprowadzono badania czasu trwania pewnej reakcji chemicznej. W tym celu wykonano 180 niezależnych prób tego eksperymentu i otrzymano następujące wyniki:

czas trwania (w s)	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
liczba doświadczeń	9	16	30	48	77

Korzystając z testu zgodności χ^2 na poziomie istotności 0,05 zweryfikuj hipotezę, że badany czas ma rozkład, którego gęstość jest postaci

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ \frac{1}{72}x^2 & \text{dla } x \in [0, 6], \\ 0 & \text{dla } x > 6. \end{cases}$$