

Zadanie 1. Dane są macierze:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \\ -3 & 5 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 1 & -2 & -3 \\ 2 & 7 & 0 \\ 5 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

Wykonaj działania:

(a) $2B - C^T$, (b) $A \cdot A \cdot B$, (c) $(2A) \cdot (2C^T)$, (d) $B \cdot C$, (e) $C \cdot B$.

Zadanie 2. Oblicz wyznaczniki następujących macierzy:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, (c) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, (d) $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & -2 & 1 \\ 2 & -5 & 0 & 4 \end{bmatrix}$,

(e) $\begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 4 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 4 & 4 & 7 & 7 & 7 \\ 4 & 4 & 4 & 7 & 7 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 7 \end{bmatrix}$, (f) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 9 & 4 & 0 & 0 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 1 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 3 & 7 & 6 & 9 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Zadanie 3. Znajdź, o ile istnieją, macierze odwrotne:

(a) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, (b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, (d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Zadanie 4. Rozwiąż równania macierzowe:

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, (b) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$.

Zadanie 5. Oblicz rząd macierzy:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$, (b) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, (d) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{bmatrix}$,

(e) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{bmatrix}$, (f) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & -1 \\ 9 & 4 & 0 & 0 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 1 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 3 & 7 & 6 & 9 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Zadanie 6. Rozwiąż za pomocą wzorów Cramera układy równań:

(a) $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 5x + 4y = 3 \end{cases}$, (b) $\begin{cases} x + y - 2z = 5 \\ 2y + 3z = 6 \\ -x + y - 5z = -3 \end{cases}$,

(c) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + 5z = 1 \\ 3x - 4y + 8z = 3 \end{cases}$, (d) $\begin{cases} x + y + z = 5 \\ y + z + t = 5 \\ z + t = 3 \\ x + t = 6 \end{cases}$.